

RENDICONTI  
DELLE SEDUTE  
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI  
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

---

*Seduta del 4 maggio 1919.*

A. RÖTTI, Vicepresidente.

---

Biologia. — *Riassunto di una Memoria riguardante la Storia Naturale dell'Anguilla.* Nota del Socio B. GRASSI.

Siccome passeranno alcuni mesi prima della pubblicazione della Memoria, credo opportuno di qui darne preliminamente un breve sunto.

Nel I Capitolo discuto gli argomenti in base ai quali lo Schmidt sostiene che l'anguilla non si riproduce nel Mediterraneo e che i Leptocefali brevirostri (larve secondo la mia nomenclatura) del Mediterraneo provengono tutti e sempre dall'Atlantico.

Contrariamente a quanto risulta allo Schmidt, i leptocefali brevirostri:

I. abitano anche nello Jonio;

II. abitano nel Mediterraneo anche durante l'inverno;

III. quivi d'inverno non sono in media superiori di lunghezza a quelli riscontrati dallo Schmidt vicino a Gibilterra nella stessa stagione;

IV. dalla deposizione dell'uovo d'anguilla al periodo di cieca (periodo embrionale, prelarvale, larvale e semilarvale) non corre certamente più di un anno; questa durata trova riscontro in quella di altri Murenoidi;

V. il leptocefalo brevirostre fin dall'inizio della metamorfosi, e probabilmente anche prima, dà segni evidenti di prediligere il fondo come se appartenesse al *benthos*, e può approfondarsi nella sabbia. Perciò non è dimostrato che esso faccia vita esclusivamente epipelagica; coincide con questa circostanza il fatto che a Messina non sono stati catturati quasi mai individui in metamorfosi prima del VI stadio.

Nel II Capitolo, trattando della migrazione delle anguille, rendo conto di un esperimento da me fatto eseguire. A Volano, presso Comacchio, furono immessi in mare il 10 novembre 1913, circa 2100 maschi argentini

pronti a migrare, convenientemente marcati; ne furono ripresi soltanto otto o dieci a non molti chilometri di distanza. Sono certo che se ne fossero stati presi altri, l'avrei saputo, avendo io promesso premi e data larghissima pubblicità a questa promessa per tutte le località, da cui le anguille marcate avrebbero dovuto passare per portarsi nell'Atlantico. Nello stretto di Messina le ricerche certamente furono molto accurate e molto estese, ma anche qui, ripeto, senza risultato.

L'opinione però che le anguille delle valli e lagune dell'Adriatico si distinguano da quelle di passo di Messina per la loro taglia, è infondata.

Nel Capitolo III riporto le misure di molte migliaia di cieche, ripartite per stadio di sviluppo e per data di pesca.

Confermo così:

I. che le cieche dell'Atlantico raggiungono una lunghezza media superiore a quella delle cieche del Mediterraneo;

II. che la lunghezza media delle cieche in eguale stadio di sviluppo è massima nell'ottobre e nel novembre e va gradatamente diminuendo nei mesi successivi: la differenza media tra i primi e gli ultimi mesi oscilla intorno a 5-6 mm.;

III. che in certe annate la lunghezza media si mantiene nei vari mesi costantemente un po' inferiore a quella di altre annate.

Gli stadi VI 1 e VI 2 compaiono raramente nella montata: quelli da me raccolti misuravano da 62 a 77 mm.

In base alle misure di molti leptocefali brevirostri dimostrò che anche questi sono in febbraio e in marzo più piccoli che nei mesi successivi. Sembra perciò che essi ingrandissero coll'andare del tempo. Senonchè tenendo conto di ciò che abbiamo osservato nelle cieche, si affaccia la probabilità che i leptocefali brevirostri piccoli diventino cieche piccole e reciprocamente, i grandi, cieche grandi. Ciò sembra fortemente confortato dai fatti che si metamorfizzano anche i leptocefali piccoli e che le cieche piccole vengono a corrispondere abbastanza bene per l'epoca della loro comparsa ai leptocefali piccoli, e viceversa le grandi ai grandi.

Ciò ammesso, ne segue che la lunghezza minore o maggiore dei leptocefali presi nel Mediterraneo non depone nè pro nè contro la provenienza dei leptocefali dall'Atlantico. Io mi domando se la lunghezza maggiore o minore dei leptocefali brevirostri e conseguentemente delle cieche possa essere riferibile alla temperatura dell'acqua in cui si sviluppano<sup>(1)</sup>.

(1) Certo è che i leptocefali brevirostri dell'Atlantico raggiungono la lunghezza di mm. 88, mentre nel Mediterraneo arrivano solo a mm. 85. Tra tante migliaia di cieche del Mediterraneo io ne ho trovata una sola di 85 mm. e due sole di 84 mm.; mentre tra sole 332 dell'Atlantico ve n'era 1 di mm. 88, 2 di mm. 86 e 4 di mm. 85. Ciò si legge già nella mia Memoria « Quel che si sa e quel che non si sa sulla Storia Naturale dell'Anguilla ». L'ipotesi perciò che i Leptocefali brevirostri dell'Atlantico siano più piccoli, non ha fondamento.

Nel Capitolo IV ritorno sulla distinzione delle anguille in famiglie, gruppi, o razze che si vogliano dire e riconfermo contro Schmidt in base a moltissime ricerche mie e della mia allieva dott. Galotti che la percentuale degli individui coll'ipurale profondamente fesso a Pisa e a Livorno è costantemente inferiore a quella degli individui di Fiumicino, Napoli, Comacchio e dell'Atlantico. Precisamente, essa non è di rado di 52-53 %, in ogni caso non supera il 61 c. % a Pisa e a Livorno, mentre non è mai inferiore a 65 c. % a Fiumicino, a Napoli, a Catania, a Comacchio e nell'Atlantico. Per venire ad una conclusione certa, come ho detto nella mia Memoria precedente, occorre in generale basarsi sull'esame di 500 individui.

Anche le correlazioni basate su misurazioni somatiche rivelano differenze tra le anguille della Sicilia e quelle di Pisa (G. Mortara): io però non posso dare ad esse speciale importanza, non potendo escludere che siano dovute a influenze ambientali successive al periodo larvale.

Nel Capitolo V riporto gli esperimenti fatti per tentare di confermare la scoperta di Bellini che le cieche piccole diventano maschi, le medie e le grandi, femmine, scoperta ripudiata senza ragioni plausibili dallo Schmidt e da altri.

Io ho sperimentato in condizioni molto meno favorevoli: vasche piccole e acqua piuttosto fredda. Anche la nutrizione non era certo tanto buona e svariata, come negli esperimenti del Bellini. Inoltre il numero degli individui, su cui ho sperimentato, era molto inferiore.

Da cieche sotto i 61 mm. ottenni 21 maschi e 2 femmine.

Da cieche da 75 mm. in su ottenni 7 maschi e 1 femmina (ne restano ancora vive una sessantina).

Queste divergenze tra i miei risultati e quelli del Bellini devono essere subordinate a influenze ambientali (v. più avanti).

Dopo circa 6 mesi le cieche lunghe 75 e più mm. misuravano soltanto 68-70 mm. (solito impiccolimento).

Dalle mie ulteriori osservazioni risulta che le cieche lunghe crescono più di quelle corte, essendomi risultato che dopo quattro anni le cieche più lunghe (cioè di 75 e più mm.) avevano raggiunto una lunghezza media (24 cm.) superiore di c. 5  $\frac{1}{2}$  cm. a quella raggiunta (18,66 cm.) dalle più piccole (cioè, sotto i 61 mm.).

In questa parte perciò appare confermata la scoperta del Bellini.

Il VI Capitolo tratta del sesso delle anguille e contiene la parte più importante del presente lavoro. Esso è basato sullo studio di più di 2000 individui le cui gonadi vennero in gran parte esaminate al microscopio.

Le mie conclusioni si possono riassumere nei seguenti punti:

Essi riguardano le anguille ancora gialle.

In certe località prevalgono moltissimo i maschi (esempi tipici: canali della Bonifica di Fiumicino e Maccarese), in certe località moltissimo le femmine (esempi tipici: Alberone, frazione di Chignolo Po, in provincia di

Pavia, e Biella): in generale il primo caso si verifica lontano dal mare, il secondo vicino al mare.

Non ho trovato in natura, nè ricavato dallo studio della letteratura notizia di individui con ovari forniti di pieghe e ancora al disotto di circa 21 cm. Alla comparsa delle pieghe precede uno stadio in cui la gonade all'esame microscopico risulta già di sesso femminile. La gonade in questo caso può essere relativamente un po' più alta (più larga) rispetto all'organo di Syrski, ma questo carattere può anche mancare. La lunghezza del più piccolo individuo con ovari senza pieghe da me trovato, era press'a poco uguale a quella del più piccolo individuo con ovari forniti di pieghe.

Se, come si pretende, gli individui sopra i 21 cm., aventi, invece di ovari evidenti con, o senza pieghe, organi di Syrski, fossero di sesso maschile, la percentuale delle femmine dovrebbe mantenersi costante al di là della ora detta misura. Invece essa va crescendo notevolmente, il che implica che l'organo di Syrski debba in certe condizioni diventare un ovario; secondo me, ciò accade in individui lunghi da 22 a 27 cm., ma può ancora accadere in individui già al di là di 30 cm. di lunghezza.

D'altra parte le ragioni addotte da Giacomini per spiegare la scarsezza delle anguille piccole fornite d'ovario non si possono accogliere.

Anche la circostanza che le ovaie non sono sviluppate proporzionalmente alla lunghezza dell'individuo, ma presentano per contrario sproporzioni senza regola, conforta la mia asserzione che la differenziazione tarda più o meno.

Altro argomento in appoggio di essa è dato dall'osservazione che l'ovario può svilupparsi sopra un organo di Syrski più o meno spiccatamente lobato. Soltanto quando i lobi sono molto profondamente separati, soprattutto se si tratta di individui già verso i 30 cm. di lunghezza e forniti di condotto deferente, mi sento autorizzato ad escludere che possano diventare femmine, almeno in condizioni non eccezionali.

La presenza di lobi nelle gonadi, tranne in quest'ultimo caso, non autorizza dunque a far diagnosi senz'altro di sesso maschile: dò perciò ragione, almeno fino ad un certo punto, al Mazza.

Le gonadi a nastrino con lobi accennati soltanto da assottigliamenti alternanti con ispessimenti e dal margine libero appena ondulato, senza condotto deferente, se si trovano individui di oltre 21 cm., sono a preferenza destinate a diventare ovari. In certi casi però anche le gonadi maschili presentano lobi pochissimo sviluppati [in esse ho allora trovato una certa quantità di oociti (v. più avanti)].

Negli individui da 15 cm. in su (fors'anche quando sono più piccoli di 15 cm.) si incontrano molto spesso elementi femminili: nidi di oociti in sinapsi (in senso lato, o, se si preferisce, in pseudoriduzione) e oociti (uova in senso lato) in accrescimento. Il sesso definitivo in questi individui può essere femminile o maschile; femminile ove tale comparsa di elementi

femminili si estenda a tutta la gonade: maschile, se il resto della gonade si evolve in testicolo. In questo secondo caso gli elementi femminili possono degenerare (tale alterazione si può riscontrare nei nidi di sinapsi), oppure gli oociti in accrescimento possono conservarsi in mezzo ai cordoni testicolari.

Viceversa nelle forme con ovari forniti di pieghe si possono trovare caratteri maschili (condotto deferente: elementi maschili in degenerazione).

Vi sono tutti i gradi possibili di passaggio tra le gonadi con pochissimi elementi femminili e le gonadi con grandissima prevalenza di questi. Alle forme che si possono definire femmine, si arriva pertanto attraverso forme, che si resta incerti se definire femminili, piuttosto che ermafrodite con maggiore, o minore prevalenza del sesso maschile.

Soltanto quando abbiamo davanti una gonade istologicamente riconoscibile come ovario, non restiamo incerti nel pronunciarci sul sesso definitivo dell'individuo al quale appartiene.

Quando non si distinguono elementi femminili, o essi sono relativamente scarsi, non si può dare un giudizio sicuro sul sesso definitivo dell'individuo.

Ci servono tuttavia come criterio di probabilità, per il sesso maschile, la gonade lobata, specialmente se presenta, oltre al condotto deferente, i cordoni testicolari, cosiddetti appunto perchè caratteristici del maschio (purtroppo essi non si sviluppano che tardivamente, cioè, soltanto in individui in generale ormai prossimi ai 30 cm.), ovvero, per il sesso femminile, gli oociti in sinapsi e in accrescimento molto abbondanti, i lobi appena accennati e la mancanza del condotto deferente.

Sorge qui la quistione se le forme, in cui il sesso non risulta dall'esame istologico, siano o no capaci di diventare maschi o femmine a seconda dell'ambiente, ovvero se nonostante che non risulti distinto morfologicamente, il sesso sia già stato determinato.

Io tendo ad accogliere la prima di queste proposizioni, premettendo però che in natura le forme in discussione se provenissero da località dove predominano moltissimo i maschi, diventerebbero nella grandissima maggioranza dei casi maschi, e femmine, se provenissero invece da locatità dove predominano moltissimo le femmine.

Per me il sesso nelle anguille, o almeno in un certo numero di esse, viene determinato da condizioni ambientali più o meno tardi, metagamicamente, come in certe razze di *Rana temporanea* e *Rana esculenta* (Pflüger, Hertwig e scolari). Soltanto così posso far concordare i risultati opposti, ottenuti da me e da Bellini dagli allevamenti delle cieche. Suppongo però che le cieche piccole siano già destinate a diventare maschi, mentre invece le medie e le grandi possono diventare maschi, o femmine, a seconda dell'ambiente in cui si sviluppano. Anche il fenomeno osservato dal Mazza di una anguilla argentina, che tenuta a lungo in acquario, ha presentato organi di Syrski spiccatissimi, ma risultanti di sole uova, resta spiegato ammet-

tendo che il sesso venga determinato in molti casi metagamicamente. Forse tutte le gonadi che si presentano cosparse di elementi femminili possono diventare ovari o testicoli, date certe, piuttosto che cert'altre, condizioni ambientali. Forse in tutte le giovani anguille fino a 30 e più cm., un momento o l'altro, in qualche parte della gonade, si possono trovare elementi femminili.

Le mie osservazioni morfologiche fin qui riassunte riguardano le anguille gialle. Si può ritenere come accertato che in natura le anguille argentine coll'organo di Syrski sono destinate a produrre spermì: a produrre uova, quelle con ovari portanti pieghe.

Come appendice a queste ricerche microscopiche, accenno a osservazioni comparative tra gli oociti (uova) in accrescimento di Murenoidi colle uova mature fornite di gocce e gli oociti in accrescimento di Murenoidi con uova mature sfornite di gocce e concludo che non si può per argomento d'analogia prevedere se quelle di anguilla ne saranno prive o no al momento della maturanza.

\* \* \*

Dalle mie ricerche risulta dunque in complesso assodata la scoperta di Bellini che dalle cieche piccole si ottengono anguille piccole e dalle cieche grandi, anguille grandi: oltracciò, ulteriori misure da me fatte confermano che la media lunghezza delle cieche va diminuendo nella montata, dall'ottobre all'aprile.

La conseguenza pratica di questi studi è già stata da me indicata nella mia pubblicazione: « Quel che si sa e quel che non si sa sull'anguilla ». Conviene usare, per ripopolare le nostre acque, cieche dei mesi di ottobre, novembre, dicembre.

Fu consigliato di servirsi per questo scopo anche di giovani anguille lunghe da 15 a 30 cm. Tale proposta sarebbe buona, quando si disponesse di individui provenienti da località dove soprabbondano le femmine, ma io non saprei come potremmo procurarceli. Dove possono facilmente raccogliersi quantità considerevoli di anguilline delle suddette misure, come per es. a Fiumicino, a Bocca d'Arno, ecc., la proporzione dei maschi è elevatissima e perciò di servirsene per ripopolamento non sembra consigliabile.

Il nostro regolamento (1914) proibisce la pesca delle anguille al di sotto dei 25 cm. Per una disposizione di carattere locale nelle provincie di Firenze, Livorno, Lucca, Massa-Carrara e Pisa sono permesse durante i mesi di dicembre, gennaio e febbraio, la pesca e il commercio delle cieche. Dobbiamo insistere su queste restrizioni? Invece di rispondere a questa domanda, mi limiterò ad alcune osservazioni;

1) A Pisa, a Livorno e a Fiumicino la quantità di cieche che rimontano, sono in quantità smisuratamente grande rispetto alla estensione di acqua, in cui possono crescere. Mi sembra che per esse debba accadere qualcosa di simile a ciò che si è verificato nel Lago di Bolsena, dove colle

immissioni di cieche le anguille crebbero di numero, ma diminuirono la grandezza. Per quante cieche si peschino, ne sfuggiranno sempre troppe, in confronto alla quantità necessaria per popolare le acque suddette.

Nella località dove predominano le femmine e dove perciò il divieto della pesca di anguille al di sotto di 25 cm. potrebbe riuscire utile, non si prendono mai anguille così piccole (v. sopra), tanto che io per procurarmene un certo numero, ho penato moltissimo. Dove invece predominano i maschi (vicino al mare), le anguilline pullulano in così grande quantità da non dover temere alcun inconveniente dalla soppressione del divieto <sup>(1)</sup>.

Astronomia. — *Sopra un Articolo del Bulletin astronomique di Parigi.* Nota del Corrisp. V. CERULLI.

Gli errori elementari di cui ci tocca oggi l'esame, li passeremmo volentieri sotto silenzio, se non fosse piaciuto al loro autore sig. Jean Boccardi, servirsi per la loro pubblicazione, delle pagine di un autorevole Periodico forestiero, quale il *Bulletin astronomique* (novembre 1918).

L'articolo del Boccardi s'intitola: *Détermination systématique de la latitude de Pino Torinese*, e comincia dal riferire una novella serie di misure intese a dimostrare che c'è effettivamente a Pino la da noi (in base alle medie seniorarie) negata amplificazione dell'effetto lunare sulla latitudine. Se l'a. si fermasse qui, nulla avremmo da aggiungere alla nostra Nota d'aprile dell'anno scorso <sup>(2)</sup>. Ma l'articolo ha purtroppo anche una parte teorica. Non contento d'aver tentato la misura della costante d'aberrazione con quel successo che vedemmo nelle nostre Note di gennaio e marzo u. s. <sup>(3)</sup>, l'a. si fa oggi a ricercare la costante della nutazione diurna dell'asse di inerzia

(<sup>1</sup>) Altra volta io ho proposto di proibire la pesca delle anguille gialle al di sotto di 50 cm. e di rimettere in acqua quelle che per caso venissero pescate. La mia proposta fu giudicata inutile stante il gran numero di anguille che pullulano nelle nostre acque dolci. Le mie recenti ricerche mi autorizzano a ritenere che questa asserzione non è fondata, quando si tratta di località dove predominano le femmine (capitoni). Quanto all'altra asserzione che non si troverà un pescatore che rimetterà in acqua dolce un'anguilla gialla inferiore ai 40 cm., si vede che chi l'ha avanzata non era bene informato. A Fiumicino egli potrebbe giornalmente verificare che l'operazione viene praticata spontaneamente, direi quasi automaticamente.

(<sup>2</sup>) Vedi: V. Cerulli, *Su di una pretesa forte variazione di latitudine a breve periodo.* Rend. R. Accad. Lincei, XXVII, pag. 213 e seg.

(<sup>3</sup>) Vedi: V. Cerulli, *Una pseudo-determinazione della costante d'aberrazione.* Rend. R. Accad. Lincei, XXVIII, pag. 39 e seg., pag. 179 e seg. L'a. non manca di ricordare tale determinazione. « Je m'en suis occupé », e dice di aver trovato il valore 20'',50. Come vedemmo a suo luogo, il vero valore dato dalle sue medie mensili era invece 20'',36.

della Terra nello spazio. Qui i nuovi errori pullulano, ed è bene di brevemente confutarli.

La semiamplitudine della detta nutazione non è altro che la distanza fra polo di rotazione e polo d'inerzia. Fino a un 40 anni fa non si vedevano ancora ragioni per non considerar fisso quest'ultimo, che anche si chiamava il polo di figura: onde la semiamplitudine cercata poteva identificarsi col raggio della polodia. Ma oggi sappiamo che il polo di inerzia è mobile non meno del polo di rotazione, quantunque in più ristretto campo, e ciò tanto per la elasticità della Terra e mobilità dell'oceano, che permettono al primo di spostarsi verso il secondo per i  $2/7$  della loro distanza, quanto per la distribuzione della pressione atmosferica, variabile secondo le stagioni, in virtù della quale variazione, il polo d'inerzia, anche indipendentemente dalla tendenza verso il polo rotatorio, è tratto a descrivere un'orbita annua, più o meno variabile ed irregolare<sup>(1)</sup>.

Considerar quindi la distanza fra i due poli come una costante astronomica significa non intendere i risultati più ovvî dell'opera internazionale delle latitudini, e ricadere nel punto di vista, da tanto tempo sorpassato, dei vecchi astronomi, ai quali doveva bastare di formarsi un'idea approssimata di quel che potesse essere l'ammontare dello sdoppiamento fra i due poli, cominciando dal figurarselo costante.

Della semiamplitudine della nutazione in discorso può oggi bensì richiedersi il valor *medio*. Se trascuriamo l'orbita annua del polo d'inerzia, e consideriamo di questo solo lo spostamento verso il polo di rotazione, possiamo dire che detto valor medio sia i  $5/7$  del raggio medio della polodia, ossia  $5/7 \times 0'',17 = 0'',12$ . Questo valore è cognito all'a., ma non in seguito a calcolo come il qui fatto, bensì come risultato di vecchie osservazioni di Gyldén, discusse da Nyrén. Egli si propone pertanto di verificare il valore di Gyldén, in base alle misure di latitudine di Pino, il che, per quanto si è detto, è un puro fuor d'opera. La verifica si trova già fatta con i più potenti mezzi dell'astronomia moderna, da circa ormai un ventennio.

Ma sulla ingiustificabile pretesa di riprendere il problema nella vecchia forma, si potrebbe chiudere un occhio, se almeno il Boccardi avesse saputo assoggettare le sue osservazioni al trattamento che era richiesto per trarne la sua incognita. Invece, anche qui egli ha voluto tirar in ballo un metodo suo, interamente sbagliato. Il primo errore, che sta a base della ricerca, è quello di credere che la forte amplitudine ( $0''.24$ ) della nutazione diurna

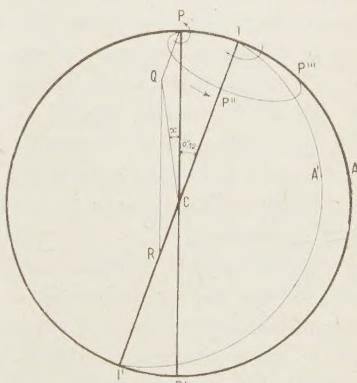
(1) Vedi in Resultate des intern. Breitendienstes. Bd. V, Berlino, 1916, le istruttive ricerche di Schweydar intorno all'orbita del polo di inerzia dal 1900 al 1911. Il movimento del polo d'inerzia si compone di due parti, una retrograda, in un'orbita annua, allungata verso i continenti americano ed asiatico (coordinata *y*), e l'altra, diretta, proveniente dall'attrazione del polo rotatorio sul polo d'inerzia, attrazione che caratterizza la Terra elastica, ossia deformabile, e che nella Terra rigida non avrebbe effetto.

dell'asse d'inerzia debba riversarsi sulle declinazioni stellari, e quindi sulla latitudine di Pino, da tali declinazioni determinata, dando luogo a sensibili variazioni, di periodo diurno, nella latitudine stessa. Evidentemente il Boccardi confonde l'asse d'inerzia con l'asse rotatorio. La nutazione di quest'ultimo, e non quella del primo può alterare le declinazioni, poichè queste si riferiscono al polo di rotazione e non al polo d'inerzia, che è un punto affatto ideale, e non consente individuazione rispetto alle stelle. Ora se la nutazione dell'asse d'inerzia ha una semiamplitudine di  $0'',12$ , la Meccanica elementare insegna che l'asse di rotazione non può averne (nello spazio) altra che di  $0'',12/304 = 0'',0004$ , quantità affatto insensibile. È quindi falsa la tesi del nostro a. che debbano le stelle di Pino Torinese dare latitudini differenti, secondo le loro diverse Ascensioni Rette (<sup>1</sup>).

Attesa la nullità di nutazione dell'asse rotatorio, è chiaro che la semi-amplitudine di nutazione dell'asse d'inerzia, ossia la distanza fra i due poli, in tanto può essere misurata, in quanto dia luogo a qualche fenomeno secondario (<sup>2</sup>), suscettibile di misurazione. Tale fenomeno è la cosiddetta

(<sup>1</sup>) Meno erroneo sarebbe stato, per sostenere la variazione della latitudine con la AR, appellarsi alla nutazione diurna dell'asse rotatorio entro lo sferoide, alla quale il nostro a. non ha punto pensato, ma anche questa, abbondante 15 volte maggiore della nutazione dello stesso asse nello spazio, rientra sempre nella categoria degli evanescenti, senza dire che non si può separarla dalla rifrazione zenitale. Nelle osservazioni internazionali dei 4 gruppi stellari si cercò, come altra volta dicemmo, invano l'onda quindicinale cui dovrebbe dar luogo la detta nutazione nelle differenze  $\Delta\phi$  fra stelle intervallate di  $6^h$ , onda  $4/3$  più ampia di quella delle stelle singole. Il sig. Boccardi avrebbe dovuto ripetere il lavoro con le sue stelle  $\psi$  Ursae maj. e  $\delta$  Cygni, e se non l'ha fatto, si è che pur scrivendo lunghi articoli sulla nutazione diurna, gli è mancata un'idea chiara di quello che essa veramente è, e del modo suo di agire sulla latitudine.

(<sup>2</sup>) Per intendere questa nutazione secondaria, premessa la nutazione primaria con periodo alquanto minore di  $24^h$ , non è necessario saper leggere nelle pur semplici equazioni di Eulero. Bastano gli elementi che chiamerei *intuitivi* della cinematica. Immaginiamo (vedi annessa figura) in un certo istante, il meridiano determinato dal polo di rotazione  $P$  e dal polo di inerzia *fisso*, o polo di figura  $J$ . Il meridiano ruota intorno all'asse  $PP'$  nel senso della freccia, cioè diretto, in 24 ore siderali, ma tuttavia, quella parte di esso che è rappresentata dall'asse di inerzia  $JJ'$ , anticipa leggermente sulla parte equatoriale, così da tornare  $JJ'$  su sé stesso, non in  $24^h$ , bensì in  $23^h 55^m .3$ . Questa è la *nutazione diurna*, e ne scaturisce che, se all'origine del movimento il punto  $A$  si trovava sul meridiano  $PJ$  dell'asse d'inerzia, trascorse  $23^h 55^m .3$  si troverà sul circolo massimo  $JA'J'$ , e gli mancheranno ancora 4,7 minuti per arrivare in  $A$ . Mentre dunque in principio la linea (geodetica)  $AJ$ , congiungente due punti *determinati* della superficie terrestre, passava



*nutazione euleriana*, il muoversi, cioè, o la tendenza a muoversi, del polo di rotazione, *sopra la Terra*, in un circoletto avente per centro il polo d'inerzia, ed una durata di rivoluzione di 10 mesi. Questo circoletto (che si trasforma in pratica in quella curva irregolare e senza fine che è la polodia) avrebbe dunque per diametro il doppio della distanza cercata e sarebbe perfettamente misurabile mediante le variazioni di latitudine di un qualsivoglia luogo. Si fu in tale ipotesi che la ricerca venne condotta dai vecchi astronomi, ma i loro risultati, per le irregolarità, allora non sospette, della polodia, furono tutt'altro che concordanti. Anche gettava su di essi forti dubbi il fatto che non si riusciva a trovar traccia del periodo dei 10 mesi. Il valore  $0'',125$ , tratto dalle osservazioni di Gyldén, si avvicinava solo *per accidens* assai al vero valor *medio* dell'incognita, scoperto più tardi.

Fu merito di Chandler il dimostrare che se il periodo dei 10 mesi non esisteva, esisteva invece certamente quello dei 14, del qual rallentamento del moto euleriano del polo rotatorio sopra lo sferoide si trovò subito la ragione principale in quell'avvicinamento del polo d'inerzia al polo di rotazione, di cui dicemmo in principio. Il polo rotatorio, tendendo a descrivere il circolo dei 10 mesi attorno al polo d'inerzia *effettivo*, che gli sta più vicino del polo d'inerzia medio (supposto fisso) si sposta giornalmente i  $5/7$  di quel che farebbe se il polo d'inerzia stesse fermo. Riferita quindi al polo fisso, la nutazione euleriana dei 10 mesi si trasforma nella chandleriana dei  $7/5 \times 10 = 14$  mesi. Ma è essenziale a notarsi che la nutazione chandleriana non abolisce la euleriana, bensì la suppone e conferma, onde nulla di

---

per il polo di rotazione P, dopo  $23^h\ 55^m,3$  non ci passa più, ed il polo di rotazione si trova un po' più avanti, rispetto all'osservatore. In altre parole, ruotando la Terra, in senso diretto, attorno all'asse PP' in 24 ore, una seconda rotazione di essa si effettua, in senso retrogrado, attorno all'asse JJ', rotazione che è, esattamente, di  $4^m,698$  in  $23^h\ 55^m,302$ , ossia di  $4^m,713$  in  $24^h$ , e si compie quindi in giorni siderali:  $24/(4,713/60) = 305$ . In 305 giorni siderali, dunque, il polo di rotazione descrive *sopra la Terra*, in senso diretto, il circoletto di Eulero PP''P'''.

Anche la nutazione diurna dell'asse di rotazione nello spazio può considerarsi prodotto secondario della nutazione dell'asse di inerzia. Giacchè le due rotazioni della Terra, una diretta attorno a PP', e l'altra retrograda attorno a JJ', in ogni istante, per esser la prima 305 volte la seconda, si compongono in una rotazione unica attorno ad un asse leggermente più inclinato su JJ' di quel che è PP'. Questo eccesso di inclinazione è la semiampitudo della nutazione diurna dell'asse rotatorio, e facilmente si capisce dalla figura, che è evanescente. Infatti, formato il parallelogrammo CPQR con le due velocità angolari  $CR=1$  e  $CP=305$ , la velocità risultante CQ formerà con CP un angolo dato dalla proporzione:  $CP:CR=305=(x+0'',12):x$ , da cui  $x=0'',12/304=0'',0004$ , come nel testo. Questo sarebbe l'effetto *massimo* della nutazione dello sferoide sulle declinazioni stellari, e si vede che è affatto impercettibile.

più erroneo del ritenere che, come il periodo dei 10 mesi si trova in realtà allungato in uno di 14, così anche il periodo della nutazione diurna dell'asse d'inerzia nello spazio, che alla migrazione del polo rotatorio sullo sferoide dà luogo, e che imprescindibilmente risulta dal ben cognito rapporto dei momenti principali d'inerzia, possa esser in pratica diverso da quello che le leggi della Meccanica stabiliscono<sup>(1)</sup>.

Abbiamo accennato a questo errore, per la ragione che anch'esso vien commesso dal nostro a. ed anzi sotto tal forma che arriva all'assurdo. Se, con'egli crede, la nutazione diurna influisce in misura sensibile sulle declinazioni stellari, le 4 stelle di Pino Torinese non potranno presentare i massimi ed i minimi polodici della latitudine nelle stesse epoche. Supponendo p. es. che in una certa epoca la latitudine stia *realmente* passando per un massimo, e resti quindi costante per parecchi giorni, essa *sembrerà*, tuttavia, in crescenza o in decrescenza, secondo che misurata con una stella che si trovi al massimo oppure al minimo di nutazione diurna in  $\delta$ ; di guisa che il massimo apparente di latitudine sarà nel primo caso ritardato, e nel secondo anticipato. Ora accade all'a. che esaminando le epoche dei massimi e dei minimi in parola per le sue quattro stelle, egli non trovi traccia di codesta disparità, chè anzi le dette stelle gli danno i massimi ed i minimi di latitudine esattamente negli stessi giorni. Ciò è semplice conseguenza della nullità della nutazione diurna dell'asse di *rotazione*, laddove l'a. che dell'asse di rotazione si è scordato, crede di poterne inferire che l'effetto della nutazione diurna dell'asse d'inerzia sia, per ciascuna stella, invariabile da

(1) Se la nutazione diurna dell'asse d'inerzia si compie in  $24^h - n$ , dove  $n$  è inteso in minuti, è facile vedere che la nutazione euleriana dura  $1440/n - 1$  giorni siderali. L'errore notato nel testo sta nel pensare che il periodo dei 433 giorni di Chandler possa provenire da ciò che nella espressione precedente si debba porre  $n = 3.3$  ossia che la nutazione diurna duri  $23^h 56^m,7$  anzichè  $23^h 55^m,3$ . Poichè la Meccanica insegna anche che  $n = 1440(C - A)/C$ , con C ed A denotando i momenti principali d'inerzia, polare ed equatoriale, e d'altra parte, il rapporto  $(C - A)/C$  risulta dai minuti sviluppi di Oppolzer sulla precessione (Bahnbestimmung 2 Aufl. p. 182) dover esser = 0,00826, con non più di 4 o 5 unità d'incertezza nell'ultima cifra. Il valore di  $n$  non può quindi differir granchè dai  $4^m,7$ , in accordo col periodo euleriano dei 305 giorni. È essenziale capir bene che il periodo dei 10 mesi seguita sempre a sussistere nelle declinazioni stellari, e quindi anche nelle latitudini, ossia che la scoperta di Chandler consistette in sostanza nell'*aggiungere* al periodo di 10 mesi un altro di 14. E se questo secondo soltanto riesce a manifestarsi, si è perchè l'amplitudine del primo (che equivale in *massimo* all'amplitudine della nutazione diurna dell'asse rotatorio nello spazio) è evanescente ( $0''0008$ ). In altre parole, la polodia celeste, toltime i ben cogniti moti per precessione e nutazione ordinaria, si riduce ad un semplice punto, e la polodia terrestre, risultante dai lavori internazionali sulle latitudini, è assolutamente *reale*, ossia le variazioni di latitudine che servono a disegnarla nascono da veri spostamenti del polo sopra lo sferoide, e non già, come taluno sogna, parte da tali spostamenti e parte da variazioni periodiche delle declinazioni stellari.

un giorno all'altro, o altrimenti parlando, il periodo di detta nutazione sia esattamente di 24 ore siderali, anzichè di  $23^{\text{h}} 55^{\text{m}}$ , come vuole la Mecanica!

A codesta curiosa illazione egli è evidentemente incoraggiato dall'erronea credenza dianzi detta, che il periodo della nutazione diurna sia anch'esso dilatabile come quello della euleriana; oltre a ciò la illazione stessa gli è parsa necessaria, per il fatto che, sostituito, in forza del primo errore, l'asse di inerzia all'asse rotatorio, egli non può più dire che la nutazione è nulla. Ma egli non si accorge che con l'assegnare alla nutazione la durata di 24 ore, viene per altra via egualmente ad abolirla. Se infatti l'asse d'inerzia ruota in 24 ore, vuol dire che esso rientra *sic et simpliciter* nella rotazione generale terrestre, cioè non si distingue più da un qualunque altro asse che s'immagini condotto entro la Terra. Dunque il polo d'inerzia o è indeterminato affatto, o non si sdoppia dal polo di rotazione, ed in entrambi i casi la nutazione è nulla.

L'assurdo stesso è suscettibile di un'altra rappresentazione. Siccome l'a. confonde l'asse di inerzia con l'asse rotatorio, l'attribuire a questo una nutazione di 24 ore significa farlo girare con la Terra attorno ad un altro asse: dunque questo secondo, e non il primo, è il vero asse di rotazione.

Ma di ciò, come dicevamo, l'a. non si accorge, e nulla, in verità, di più interessante del vederlo accingersi alla misura della nutazione, dopo averla soppressa!

Ecco com'egli ragiona. Le δ delle quattro stelle di Pino, che conducono ai più concordanti valori della latitudine media, sono quelle del catalogo di Bauschinger. Però, a malgrado della concordanza, c'è sempre una differenza fra una stella e l'altra, cui può darsi la forma:

$$0'',12 \{ \cos(\theta_2 + \nu) - \cos(\theta_1 + \nu) \},$$

dove  $\theta$  è il tempo siderale, e  $\nu$  una costante. Dunque, senz'altro,  $0'',12$  è la semiamplitudine della nutazione diurna!

Ora, anche dato e non concesso che la nutazione dell'asse di inerzia possa produrre differenze nella latitudine, secondo che dedotta dall'una o dall'altra stella (che è l'errore fondamentale), chi garantisce al sig. Boccardi che le differenze notate tra le stelle di Pino siano proprio quelle che derivano dalla nutazione, e non piuttosto quelle altre che nascono dagli errori peculiari delle declinazioni medie delle diverse stelle?

La ragione della preferenza al catalogo di Bauschinger è che dalle costui declinazioni scaturisce (sempre nella falsa ipotesi in cui l'a. si muove) la costante  $0'',12$  già *voluta* a priori. Se ad un altro risultato si trattava di pervenire, non sarebbe stato difficile surrogare al Bauschinger un altro

autore o combinazione di autori, e la ricerca avrebbe mantenuto lo stesso grado di serietà<sup>(1)</sup>.

Il nuovo assaggio di scerpelloni viene modestamente imbandito ai lettori del Bulletin come una « idée nouvelle », che l'a. crede destinata a sollevare discussioni e critiche! ma anche qui egli s'inganna, perocchè la prima ed ultima critica che è potuta toccare al suo lavoro si è fatta solo per biasimare l'audacia dell'averlo mandato ad inserire nel Bulletin. L'atto è tanto più riprovevole, in quanto che dell'errore principale (scambio dei due assi) avevamo già avvertito l'a. in una nostra Noticina dell'anno scorso<sup>(2)</sup>.

**Meccanica.** — *Sull'equivalenza fra le equazioni differenziali di Hess-Schiff e quelle di Euler-Poisson nella teoria dei giroscopi asimmetrici pesanti.* Nota I di ORAZIO LAZZARINO, presentata dal Corrisp. R. MARCOLONGO.

È noto che la soluzione dei problemi relativi al moto dei giroscopi rigidi pesanti può in generale ridursi all'integrazione delle equazioni differenziali di Euler-Poisson. Nel 1882, W. Hess<sup>(3)</sup>, mediante la considerazione di tre grandezze invariantive che hanno un significato geometrico e cinematico ben preciso, riuscì a mettere le dette equazioni sotto una nuova forma che poi, nel 1903, fu utilmente modificata, specie per lo studio dei

(1) A pag. 497 del II Tomo di Tisserand (Méc. céle., chap. XXIX, scritto da Radau) si trovano registrati i diversi valori ottenuti per la semiamplitudine della nutazione diurna dell'asse di inerzia, in epoca prechandleriana. Di essi il nostro a. è stato fortunato a scegliere il più grande, 0'',125, che, come dicemmo, è identico col valor medio, dato oggi dalla polodìa. Verificato poi tal valore col metodo sbrigativo che abbiamo visto, se ne fa arme contro il metodo differenziale di determinazione della costante d'aberrazione, proposto da Küstner. Anche nelle Note pubblicategli dall'Accademia di Torino egli scopri in quel metodo un falso supposto!

In tutto il suo discorso l'a. si dimentica della nutazione diurna dell'asse rotatorio rispetto allo sferoide, forse perchè la giudica trascurabile a petto della enorme nutazione che allo stesso asse ha attribuito rispetto allo spazio. *Majora premunt*. Però avrebbe dovuto ricordarsene là dove si trattava di calcolare il decuplo dell'effetto lunare sulla latitudine di Pino. L'onda teorica che egli ha rappresentata a pag. 293 del Bulletin, è erronea, specialmente per ciò che riguarda la fase, ossia le epoche dei massimi e dei minimi, e l'errore nasce appunto dal non aver considerato il termine di nutazione.

(2) Vedi: V. Cerulli, *Sulla nutazione diurna*. Rend. R. Accad. Lincei, XXVII, pag. 166.

(3) W. Hess, *Ueber das Problem der Rotation* [Mathematische Annalen, Bd. 20, pp. 461-470, a. 1882].

giroscopi asimmetrici, dallo Schiff<sup>(1)</sup>. Le equazioni del moto sotto questa ultima forma vengono generalmente indicate col nome di « *equazioni differenziali ridotte* » o anche « *equazioni di Hess-Schiff* ».

Però, come ha dimostrato lo Stäckel<sup>(2)</sup>, queste equazioni non sono sempre equivalenti a quelle di Euler-Poisson, e l'averne ammessa come intuitiva l'equivalenza condusse qualche A. a conclusioni errate.

Utilizzando i risultati dello Stäckel, io mi propongo, in questa Nota e in altre successive, di studiare per via intrinseca e in modo sistematico la questione dell'equivalenza fra i detti sistemi di equazioni differenziali e di trattare poi dettagliatamente i casi eccezionali che da questo studio vengon fuori.

La superiorità del metodo qui adottato è messa in rilievo, oltre che dalla immediata e diretta interpretazione geometrica e cinematica delle formole, principalmente dal fatto che la estrema semplicità dei calcoli adoperati ha permesso anche di risolvere, e in modo quasi intuitivo, alcune interessanti questioni che lo Stäckel, per difficoltà insormontabili di calcolo, non era riuscito ad affrontare.

1. FORMA INTRINSECA DELLE EQUAZIONI DI EULER POISSON E DEGLI INTEGRALI DEL MOTO. — Sia  $\alpha$  l'omografia d'inerzia del sistema rispetto al punto fisso  $O$ , ed  $\Omega$  il vettore della velocità istantanea di rotazione attorno a questo punto; indicando con apici le derivate rispetto al tempo e con  $M_e$  il vettore del momento, rispetto ad  $O$ , dell'impulso dovuto alle forze esterne al sistema, l'equazione intrinseca del moto può notoriamente scriversi<sup>(3)</sup>:

$$(\alpha \Omega)' = M_e.$$

Ora, supponendo che le forze esterne siano esclusivamente quelle dovute alla gravità e indicando rispettivamente con  $\mu$  e  $G$  il peso e il baricentro del corpo, si ha

$$M_e = \mu \mathbf{k} \wedge (G - O)$$

dove  $\mathbf{k}$  è un vettore unitario, fisso nello spazio, parallelo alla verticale e rivolto verso l'alto. Posto ancora, per semplicità di scrittura,

$$(1) \quad \mu = 1 \quad , \quad G - O = g$$

(1) P. A. Schiff, *Sulle equazioni differenziali del moto di un corpo rigido pesante attorno ad un punto fisso* (in russo). [Raccolta matematica di Mosca, vol. 24, pp. 169-177, a. 1903].

(2) P. Stäckel, *Die reduzierten Differentialgleichungen der Bewegung des schweren unsymmetrischen Kreisels* [Mathem. Annalen, Bd. 67, pp. 390-432, a. 1909].

(3) C. Buralli Forti et R. Marcolongo, *Analyse vectorielle générale*, 1913, T. II, pag. 4. Questo testo sarà indicato in seguito, per brevità, con le iniziali A. V. G.

si ricava l'equazione del moto

$$(I) \quad (\alpha \Omega)' = \mathbf{k} \wedge \mathbf{g}$$

che equivale al noto sistema di Euler <sup>(1)</sup>. Tenendo presente che (v. A. V. G., T. II, pag. 1)

$$\alpha' = \Omega \wedge \alpha - \alpha \cdot \Omega \wedge$$

la (I) può anche scriversi

$$(I') \quad \alpha \Omega' + \Omega \wedge \alpha \Omega = \mathbf{k} \wedge \mathbf{g}.$$

Il fatto che il vettore unitario  $\mathbf{k}$  è fisso nello spazio si traduce nell'equazione

$$(II) \quad \mathbf{k}' = 0$$

la quale può sostituire il solito sistema delle equazioni di Poisson <sup>(2)</sup>

Le equazioni (I) e (II) ammettono notoriamente (A. V. G., T. II, pag. 10) i tre integrali

$$(2) \quad \mathbf{g} \times \mathbf{k} = h - T$$

$$(3) \quad \alpha \Omega \times \mathbf{k} = k$$

$$(4) \quad \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 1$$

dove  $h$  e  $k$  sono costanti d'integrazione e  $T$  è l'energia cinetica del sistema.

Le equazioni (2) e (3) rappresentano rispettivamente l'integrale delle forze vive e quello delle aree, e la (3) esprime anche che « durante il

<sup>(1)</sup> O. Lazzarino, *Interpretazione cinematica e realizzazione meccanica del problema di Sofia Kowalewski relativo al moto di un corpo rigido pesante intorno ad un punto fisso* [Rend. della R. Acc. di Napoli, vol. XVII, a. 1911].

<sup>(2)</sup> Per ottenere sotto forma assoluta l'equazione che equivalga, anche formalmente, alle note equazioni di Poisson, basta osservare che se  $\mathbf{u}$  e  $\lambda$  sono rispettivamente un vettore ed una isomeria vettoriale, ad invariante terzo positivo, funzioni del tempo, si ha notoriamente [cfr. C. Buralli-Forti, *I moti relativi nel calcolo assoluto*, Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. XXVI, 1° sem. 1917]

$$(a) \quad \mathbf{u}' = \lambda \frac{d(K\lambda\mathbf{u})}{dt} + \Omega \wedge \mathbf{u}$$

dove il 1° termine del 2° membro rappresenta il vettore che di solito, ma inesattamente, è chiamato « derivata di  $\mathbf{u}$  rispetto agli assi mobili ». Osservando ora che, essendo  $\mathbf{k}$  fisso nello spazio, si ha  $\mathbf{k}' = 0$  e ponendo  $\lambda \frac{d(K\lambda\mathbf{k})}{dt} = (\mathbf{k}')$ , si ottiene dalla (a) l'equazione

$$(b) \quad (\mathbf{k}') = \mathbf{k} \wedge \Omega$$

che equivale, anche formalmente, alle equazioni di Poisson.

Poichè questa forma (b) portava nel seguito delle inutili complicazioni, ho preferito sostituirla con l'altra  $\mathbf{k}' = 0$  che sostanzialmente equivale a questa.

*moto, la proiezione verticale del vettore  $\alpha\Omega$  dell'impulso si mantiene costante».*

Ponendo  $P = O + \alpha\Omega$ , il punto  $P$  descriverà la *prima curva d'impulso* e, osservando che per la (I) si ha <sup>(1)</sup>

$$\begin{aligned} l' &= (\alpha\Omega)' = \mathbf{k} \wedge \mathbf{g}, \\ l'' &= \mathbf{k} \wedge \mathbf{g}' = \mathbf{k} \wedge (\Omega \wedge \mathbf{g}) = \mathbf{k} \times \mathbf{g} \cdot \Omega - \mathbf{k} \times \Omega \cdot \mathbf{g}, \end{aligned}$$

si può concludere che «la velocità, con cui il punto  $P$  descrive la prima curva d'impulso, è normale al piano di  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{g}$  ed è proporzionale al seno dell'angolo che il vettore  $\mathbf{g}$  forma con la verticale; l'accelerazione di  $P$  è complanare con i vettori  $\Omega$  e  $\mathbf{g}$ .

2. DEFINIZIONE DEGLI INVARIANTI PRINCIPALI  $S, T, U$  E FORMA INTRINSECA DELLE EQUAZIONI DI HESS. — Le grandezze  $S, T, U$  sono definite dalle relazioni

$$(III) \quad S = \alpha\Omega \times \mathbf{g}; \quad 2T = \alpha\Omega \times \Omega; \quad 2U = \alpha\Omega \times \alpha\Omega$$

e rappresentano rispettivamente le proiezioni del vettore  $\alpha\Omega$  dell'impulso secondo i tre vettori  $\mathbf{g}, \Omega, \alpha\Omega$ ; le due ultime rappresentano ancora rispettivamente l'energia cinetica del sistema e il quadrato del modulo di  $\alpha\Omega$ .

Queste grandezze, essendo date da prodotti scalari tra vettori che non dipendono da eventuali sistemi di coordinate, sono *invariantive* nel senso che sono indipendenti da eventuali sistemi di assi di riferimento, pur potendo essere, come effettivamente sono, funzioni del tempo.

Dalle (III) è facile dedurre le equazioni del moto in funzione di  $S', T', U'$ : infatti, derivando le (III) rispetto al tempo e tenendo conto della (I'), si ha

$$(IV) \quad \left| \begin{array}{l} a) \quad S' = \mathbf{g} \times \alpha\Omega' = \mathbf{g} \times \alpha\Omega \wedge \Omega \\ b) \quad T' = \Omega \times \alpha\Omega' = \Omega \times \mathbf{k} \wedge \mathbf{g} \\ c) \quad U' = \alpha\Omega \times \alpha\Omega' = \alpha\Omega \times \mathbf{k} \wedge \mathbf{g}. \end{array} \right.$$

I sistemi (III) e (IV) danno rispettivamente le proiezioni dei vettori  $\alpha\Omega$  e  $\alpha\Omega'$  sui vettori  $\mathbf{g}, \Omega, \alpha\Omega$  e la conoscenza di tali proiezioni permette di ottenere le espressioni dei vettori stessi. Infatti, applicando alle (III) e alle (IV) un noto procedimento <sup>(2)</sup>, si hanno rispettivamente le relazioni

<sup>(1)</sup> Cfr. R. Marcolongo, *Sul moto di un corpo pesante intorno ad un punto fisso*. [Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. XVII, 2º sem. 1908].

<sup>(2)</sup> La risoluzione dei sistemi di equazioni lineari vettoriali del tipo III e IV, cioè del tipo

$$\mathbf{a} \times \mathbf{k} = a, \quad \mathbf{b} \times \mathbf{k} = b, \quad \mathbf{c} \times \mathbf{k} = c$$

colla formula:

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} \times \mathbf{c} \cdot \mathbf{k} = ab \wedge c + bc \wedge a + ca \wedge b$$

trovasi in Hamilton, *Elements of Quaternions* (2<sup>a</sup> Edit., 1899), vol. I, pag. 341.

$$(5) \quad \begin{cases} a) \quad \mathbf{g} \times \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega} = S \cdot \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega} + 2T \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{g} + 2U \cdot \mathbf{g} \wedge \boldsymbol{\Omega} \\ b) \quad \mathbf{g} \times \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}' = S' \cdot \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega} + T' \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{g} + U' \cdot \mathbf{g} \wedge \boldsymbol{\Omega} \end{cases}$$

dalle quali risulta ancora che, per poter determinare mediante le (III) e le (IV) rispettivamente i vettori  $\alpha \boldsymbol{\Omega}$  e  $\alpha \boldsymbol{\Omega}'$ , non basta conoscere le grandezze  $S, T, U$  e  $S', T', U'$  con i relativi coefficienti, occorre anche che sia soddisfatta la condizione

$$(6) \quad \mathbf{g} \times \boldsymbol{\Omega} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega} \neq 0,$$

Si ha quindi questo risultato, particolarmente notevole per quel che segue, che cioè « *nei casi in cui non è verificata la (6), non è possibile risolvere mediante le equazioni (III) e (IV) il problema del moto* ».

3. RICERCA PER VIA INTRINSECA DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI DI SCHIFF. — Considerando le equazioni (2), (3) e (IV<sub>c</sub>), che danno le proiezioni del vettore  $\mathbf{k}$  sui vettori  $\mathbf{g}, \alpha \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}$ , e applicandovi il citato procedimento (<sup>1</sup>), si ha la relazione

$$(\mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega})^2 \cdot \mathbf{k} = (h - T) \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega} \wedge (\mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}) + k(\mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}) \wedge \mathbf{g} + U' \cdot \mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}$$

ossia, sviluppando i doppi prodotti vettoriali,

$$(\mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega})^2 \mathbf{k} = (h - T) [(\alpha \boldsymbol{\Omega}^2 \mathbf{g} - \alpha \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{g} \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega}) + k[\mathbf{g}^2 \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega} - \alpha \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{g} \cdot \mathbf{g}] + U' \cdot \mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}]$$

e quindi, applicando la nota formula che dà il quadrato di un prodotto esterno e tenendo conto delle (III), si ha l'equazione

$$(V) \quad (2U\mathbf{g}^2 - S^2)\mathbf{k} = (h - T)(2U\mathbf{g} - S \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega}) + k[\mathbf{g}^2 \cdot \alpha \boldsymbol{\Omega} - S \cdot \mathbf{g}] + U' \cdot \mathbf{g} \wedge \alpha \boldsymbol{\Omega}$$

che dà l'espressione del vettore  $\mathbf{k}$  in funzione di  $S, T, U, \dots$  e permette di determinarlo, purchè sia  $2U\mathbf{g}^2 - S^2 \neq 0$ .

Facendo poi il quadrato della (IV<sub>c</sub>) con una nota formula (<sup>2</sup>) e tenendo conto delle (III), si ha l'equazione

$$U'^2 = \begin{vmatrix} 2U & k & S \\ k & 1 & h - T \\ S & h - T & \mathbf{g}^2 \end{vmatrix}$$

(<sup>1</sup>) Idem, vedi nota (<sup>2</sup>), pag. 328.

(<sup>2</sup>) A. Guglielmi, *Prodotto di due prodotti vettoriali misti ecc.* Bollettino della « Mathesis », a. 1919.

Dati tre vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  non complanari, il quadrato del prodotto misto può essere espresso sotto la forma

$$(\mathbf{u} \wedge \mathbf{v} \wedge \mathbf{w})^2 = \begin{vmatrix} \mathbf{u}^2 & \mathbf{u} \times \mathbf{v} & \mathbf{u} \times \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \times \mathbf{v} & \mathbf{v}^2 & \mathbf{v} \times \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \times \mathbf{w} & \mathbf{v} \times \mathbf{w} & \mathbf{w}^2 \end{vmatrix}$$

cioè

$$U'^2 = g^2(2U - k^2) - 2U(h - T)^2 + 2kS(h - T) - S^2$$

la quale dà l'espressione di  $U'$  in funzione di  $S, T, U$  e di grandezze indipendenti dal tempo.

D'altra parte, sostituendo la (V) nella (IV<sub>b</sub>), si ottiene l'equazione

$$(2Ug^2 - S^2)T' = [S(h - T) - kg^2]S' + [2g^2 \cdot T - g \times \Omega \cdot S]U'$$

che è una relazione lineare ed omogenea fra le derivate  $T', S', U'$ .

Associando ora a questa equazione ed alla precedente la (VI<sub>a</sub>), che non contiene  $\mathbf{k}$ , si ottiene il sistema delle equazioni differenziali di Schiff sotto la forma:

$$(VI) \quad \begin{cases} a) & S' = g \times \alpha \Omega \wedge \Omega \\ b) & (2Ug^2 - S^2)T' = [S(h - T) - kg^2]S' + [2g^2 \cdot T - g \times \Omega \cdot S]U' \\ c) & U'^2 = g^2(2U - k^2) - 2U(h - T)^2 + 2kS(h - T) - S^2 \end{cases}$$

ove, oltre gl'invarianti principali  $S, T, U$ , le loro derivate e le costanti  $h, k, g^2$ , figura anche la grandezza scalare  $\mathbf{g} \times \Omega$  la quale ha pure evidentemente *carattere invariantivo*, sempre nel senso che non dipende da eventuali sistemi di assi coordinati.

Posto  $P = O + \Omega$ , le equazioni (III) si scrivono

$$(III') \quad \begin{aligned} \mathbf{g} \times \alpha(P - O) &= S \quad ; \quad (P - O) \times \alpha(P - O) = 2T; \\ (P - O) \times \alpha^2(P - O) &= 2U \end{aligned}$$

e rappresentano rispettivamente un piano  $\pi$ , un ellissoide  $E$  omotetico a quello d'inerzia e un ellissoide  $E'$  coassiale con  $E$ . Gli ellissoidi  $E, E'$  si tagliano in una quartica gobba di 1<sup>a</sup> specie  $\Gamma$ , simmetrica rispetto ai piani principali dell'ellissoide  $E$ , la quale è tagliata dal piano  $\pi$  in quattro punti, al più, ai quali corrispondono altrettante espressioni di  $\Omega$  in funzione di  $S, T, U$ . Sostituendo poi queste espressioni di  $\Omega$  nei secondi membri delle (VI), questi diventano funzioni note di  $S, T, U$ .

Nelle (VI) non figura esplicitamente il tempo  $t$  e quindi, ricavando  $dt$  dalla (VI<sub>c</sub>), le (VI) si possono ridurre ad un sistema di equazioni differenziali del 1<sup>o</sup> ordine rispetto ad  $S'$  e  $T'$  con coefficienti algebrici, e perciò la determinazione delle grandezze  $S$  e  $T$  in funzione di  $U$  dipende da una equazione differenziale ordinaria del 2<sup>o</sup> ordine con coefficienti algebrici; il tempo può essere poi determinato mediante una quadratura. Quindi, in generale, si può dire che « *la determinazione del moto del giroscopio per-*

« sante dipende dalla integrazione di una equazione differenziale del 2º ordine, a coefficienti algebrici, che il metodo di Schiff permette, almeno teoricamente, di formare » (1).

Batteriologia agraria. — Su la presenza di una specie batterica nelle radici della *Diplotaxis erucoides DC* (2). Nota di R. PEROTTI, presentata dal Socio G. CUBONI.

È diffusa opinione fra gli agricoltori della Campagna Romana che la *Diplotaxis erucoides DC.*, volgarmente conosciuta con il nome di « rughetta » sia una pianta fertilizzante del terreno; e, come tale, viene sovesciata negli orti e nei vigneti dove si riproduce abbondantemente.

Volendo indagare se e quanto di fondato vi fosse in tale opinione, procedetti ad alcuni prelevamenti di detta crucifera in differenti terreni del suburbio della città; e fino dai primi esami si palesò la esistenza costante di una specie batterica nello strato corticale delle sue radici; specie che venne da me isolata e nella quale, nella presente Nota, riferisco preliminarmente.

Con l'esame macroscopico è agevole distinguere in una radice di *Diplotaxis* di medie dimensioni tre regioni, che, a partire dal colletto, sono caratterizzate dai seguenti fatti:

1º una regione estesa per due o tre centimetri, nella quale si ha la presenza di galle determinate dall'attacco del *Ceutorrhynchus pleurostigma* March., delle crucifere;

2º una seconda regione, che va dai tre ai dieci centimetri, in cui la corteccia della radice si presenta più o meno profondamente corrugata e la ramificazione è molto irregolare;

3º una regione terminale, al di là dei dieci centimetri, in cui la radice si presenta sotto ogni aspetto normale.

Fatto un preparato microscopico della polpa delle galle si osservano forme batteriche un po' rare, ma che si scoprirono numerosissime nello spap-

(1) Cfr. R. Marcolongo, loc. cit. — Non è forse inutile ricordare qui anche un'osservazione del Cerruti [*Corso di Meccanica sup.*, a. 1894-95] messa in rilievo dal prof. Marcolongo, che cioè la riduzione ora indicata è conseguenza del seguente teorema sulle equazioni canoniche del moto: « Se di un sistema hamiltoniano di ordine  $2n$  si conoscono  $m$  integrali in involuzione, l'integrazione si potrà far dipendere da quella di un sistema hamiltoniano di ordine  $2(n-m)$  e da  $m$  quadrature ». — Infatti, nel caso del giroscopio pesante, essendo  $n=3$  ed  $m=2$ , risulta  $2(n-m)=2$  e quindi la integrazione del sistema può ridursi a quella di un'equazione differenziale del 2º ordine.

(2) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Batteriologia agraria della R. Stazione di Patologia vegetale di Roma.

polamento delle rugosità appartenenti alla seconda regione radicale, mentre mancavano nella parte ultima e più giovane della radice.

Volendo procedere al loro isolamento preparai un decotto della *Diplotaxis*, impiegando, per ogni litro di acqua, gr. 50 delle piante seccate all'aria e gr. 20 di zucchero di canna. Una parte del decotto venne agarizzata all'1,5 %.

Il materiale d'inoculazione fu costituito da due esemplari: uno proveniente da un orto, situato poco oltre il Ponte Milvio, e nel quale non si riscontravano che semplici rugosità radicali (campione I); l'altro proveniente da un terreno presso il Policlinico, e sulle cui radici, in relazione ad una breve soluzione di continuità della corteccia, si erano determinati dei veri e propri tubercoli ripieni di batteri (campione II).

Si preparò la diluizione acquosa dello spappolamento del materiale infetto e con essa si allestirono parecchie colture a piatto di agar *Diplotaxis*. Tanto nelle colture del campione I, come in quelle del campione II, si sviluppò quasi esclusivamente una forma di colonie che presentavano i seguenti caratteri:

grandi, rotonde, lenticolari depresse, di colore bianco-opaco, consistenza gelatinosa, ad orlo intero, leggermente sinuoso, più chiare alla periferia, finemente punteggiate, anucleate.

Un esame microscopico preliminare dimostrò che esse erano costituite da una corta, minuta forma batterica mobile, che venne isolata facendosene passaggi in substrati di differente composizione.

In brodo *Diplotaxis*, zuccherato al 2 %, si sviluppò con forte intorbidamento, senza formazione di coperta e determinando un leggero deposito al fondo del recipiente. Il liquido si colora in verdognolo.

In brodo di fagioli, anch'esso zuccherato al 2 %, lo sviluppo si presentò con uguali caratteri, sebbene non fosse altrettanto rigoglioso. Il liquido presentava appena un leggero accenno al colore verdognolo.

In brodo nutritivo di carne, lo sviluppo, pur con uguali caratteri, fu di molto inferiore a quello ottenuto nei brodi di fagioli e *Diplotaxis*.

Su agar *Diplotaxis*, la forma dette luogo ad una patina mucillaginosa, leggermente lobata, di colore bianco-opaco, colorante in verde il substrato. Gli stessi caratteri presentò lo sviluppo su agar di fagioli ed agar al peptone.

Su albumose di Heyden, la forma non si sviluppò affatto.

Su gelatina di carne si ottenne, in superficie, un sensibile sviluppo sotto forma di una patina sottile, gelatinosa, translucida, energicamente fluidificante. In infissione di gelatina, il canale subì un rapido slargamento ad imbuto per la fluidificazione che procedette energicamente ed in tempo relativamente breve fino in fondo ed alla quasi totalità del substrato.

Le differenze di sviluppo in questi terreni nutritivi delle forme isolate dal camp. I e dal camp. II furono molto piccole e tali da lasciar supporre

che esse, appartenendo ad una medesima specie, altro non possedessero che un diverso grado di attività. Tale ipotesi ricevette conferma da tutte le ulteriori osservazioni e ricerche.

La breve diagnosi della forma è la seguente:

« Corti bastoncini, misuranti  $\mu 1,5 - 1,6 \times 0,6 - 0,8$ , più arrotondati ad una delle estremità e frequentemente abbinati, mobilissimi, ma per denti molto presto la loro mobilità, peritricati. Prendono bene i colori di anilina e resistono alla decolorazione secondo Gram. Fluidificano energicamente la gelatina: Anaerobi facoltativi; non sporulanti ».

Procedetti all'allevamento di questa specie in soluzioni di determinata composizione chimica, avuto speciale riguardo alla utilizzazione delle differenti sorgenti di azoto.

Partii da una soluzione minerale del seguente tenore:

fosfato bipotassico . . . . .	gr.	1 —
cloruro di calcio . . . . .	"	0,1
solfato di magnesio . . . . .	"	0,3
cloruro di sodio . . . . .	"	0,1
cloruro ferrico . . . . .	"	0,01
acqua . . . . .	"	1000 —

Ad essa aggiunsi in alcune colture asparagina, in altre nitrato potassico, ed in altre, intine, sulfato ammonico nelle proporzioni dell'1 %. A ciascuno dei tre differenti liquidi culturali risultanti aggiunsi poi glucosio nella proporzione dell'1 %, o saccarosio o lattosio nelle proporzioni del 0,5 %.

L'esame delle colture fatto all'ottavo giorno dall'inoculazione e ripetuto al quindicesimo, portò ai seguenti risultati:

1° sorgente di azoto: sulfato ammonico. — Leggero sviluppo in presenza di glucosio e di saccarosio: quasi nullo in presenza di lattosio;

2° sorgente di azoto: nitrato potassico. — Sviluppo quasi nullo in presenza di lattosio e di saccarosio. In presenza di glucosio, invece, lo sviluppo fu notevole sotto aspetto di forte intorbidamento del liquido, sottile coperta ed abbondante deposito;

3° sorgente di azoto: asparagina. — Sviluppo rigoglioso in presenza di glucosio e, un po' meno, in presenza di saccarosio. Con il lattosio lo sviluppo fu sensibilmente minore, tuttavia notevole. I caratteri dello sviluppo furono quelli stessi già rilevati per l'azione del nitrato potassico e glucosio.

La forma isolata del camp. II si dimostrò anche in questa ricerca alquanto più attiva di quella proveniente dal camp. I, senza però che venissero posti in evidenza caratteri culturali essenzialmente differenti.

Risultò, in conclusione, che la sorgente più adatta di azoto per lo sviluppo della forma fu l'azoto amidico e che, come sorgente di carbonio, essa è capace di utilizzare nel miglior modo il glucosio. Si vede anche abba-

stanza chiaramente come alla sua moltiplicazione formi ostacolo la presenza di substrati ricchi in materie azotate.

Istituii inoltre un'altra ricerca per determinare se e quale dei principali processi microbiochimici del terreno agrario la stessa forma fosse capace di compiere.

Per determinare il suo potere di ammonizzazione la coltivai in soluzione di peptone Witte all'1,5 %; per determinare quello di nitrificazione la coltivai in soluzione acquosa al 2 % di solfato ammonico e fosfato potassico, con aggiunta del 4 % di carbonato di magnesio; per determinare il potere di denitrificazione la coltivai nella nota soluzione di Giltay per i denitrificanti; per determinare, infine, il potere di assimilazione dell'azoto la coltivai in una soluzione acquosa al 20 % di mannite, 0,2 % di fosfato bipotassico, in presenza di creta.

Dalla soluzione di peptone, nonostante il notevole sviluppo del microrganismo, non si ottennero che piccole quantità di ammoniaca. Nel liquido a base di solfato ammonico mancò quasi completamente lo sviluppo e quindi non si ebbe alcuna formazione di nitrito o nitrato. La soluzione di Giltay dimostrò un mezzo abbastanza favorevole alla moltiplicazione della forma; ma dopo 20 giorni di coltivazione nel liquido era ancora presente la quasi totalità dell'azoto nitrico iniziale. Nella soluzione priva di azoto il microrganismo fu incapace di svilupparsi.

Esso quindi non è ammonizzante, né nitrificante, né denitrificante, né fissatore di azoto, almeno nelle condizioni artificiali di sviluppo in cui fu posto. Resta però accertato fino da ora come esso possieda energiche proprietà proteolitiche, le quali del resto potrebbero giustificare la sua normale presenza nelle radici della *Diplotaxis*, determinando o favorendo il movimento delle sostanze albuminoidi nella pianta.

Per accettare se esso avesse anche una qualche azione sui carboidrati insolubili, aggiunsi al brodo di *Diplotaxis*, preparato come innanzi si disse, della fecola in ragione del 20 %. In seguito a sterilizzazione, in corrente di vapore, il substrato gelificò; ma, inoculato con il microrganismo, tornò di nuovo parzialmente fluido, presentando notevoli alterazioni nella parte attaccata. Sulla natura delle alterazioni determinate sui carbonati dal bacillo sono attualmente in corso gli studi.

È lecito per il momento affermare come in tutti i campioni di radici della *Diplotaxis erucoides* DC., da me esaminati, e che erano di sei differenti provenienze, e più particolarmente nello strato corticale e intaccante lo strato più esterno del libro, è stata da me constatata la presenza di una specie bacillare. Come avvenga la penetrazione di essa nei tessuti integri non è peranco chiarito; ma è probabile che la infezione si determini per mezzo dell'attacco del *Ceutorrhynchus*, più che attraverso i peli radicali.

Può anche affermarsi che la forma non ha valore patologico, in quanto che gli esemplari esaminati erano in perfetto e rigoglioso stato di vegetazione. Essa possiede proprietà energeticamente proteolitiche, il quale fatto favorirebbe il movimento delle sostanze proteiche nella pianta, e probabilmente avrebbe anche capacità di attaccare i carboidrati insolubili.

Vi è motivo pertanto di ritenere con fondamento come tra bacillo e pianta esistano rapporti simbiotici mutualistici, che le mie ulteriori ricerche sul significato biologico del fatto da me rilevato, spero mi porranno in grado di chiarire.

#### PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Ròtti legge la seguente Commemorazione del Socio straniero Sir WILLIAM CROOKES:

*Illustri Colleghi,*

Adempio al mesto ufficio di annunziarvi la morte del celebre scienziato Sir WILLIAM CROOKES che ebbe la rara ventura di esercitare signorilmente in casa propria un'attività costante per oltre mezzo secolo, non per dilettantismo, ma perchè sentiva irresistibile il fascino dell'ignoto. Il suo meraviglioso lavoro, stimolato da acuto spirito di osservazione, operante per impulso di ardite intuizioni, soccorso da ingegno inventivo e perizia sperimentale, secondato da infaticabile perseveranza, ha impresso marche indelebili nei vari rami della Fisica e della Chimica.

Speravo che una degna commemorazione di lui venisse qui fatta dal nostro eminente Collegha Righi, ma svanita questa speranza ed in attesa che ne parli diffusamente qualcuno dei nostri insigni Chimici, sento il dovere di segnalare oggi stesso per sommi capi l'opera sua, quantunque a voi tutti, e non solo ai fisici ed ai chimici, essa sia ben nota, e senza dubbio passi la cerchia di questa Classe dell'Accademia. Mi limiterò ai punti principali che possono richiamarvi alla mente le origini dell'ammirazione e della riconoscenza che noi fisici tributiamo alla memoria dello sperimentatore filosofo.

Comincio con la sua prima scoperta: quella del tallio. Egli vi fu indotto mentre esaminava allo spettroscopio i residui della separazione del selenio, essendo colpito dalla bella riga verde non mai osservata prima di lui: ed i fisici hanno profittato e profitteranno della omogeneità che presenta la luce emessa dal tallio quando vogliano valersi nelle loro indagini delle interferenze di raggi che differiscano fra loro per un lungo cammino.

Impiegò una diecina d'anni per separare il nuovo elemento chimico allo stato di purezza e studiarne scrupolosamente le varie proprietà, ed arrivò a

determinarne il peso atomico con tanta cura, che il valore trovato da lui è stimato oggi ancora, dopo nove lustri, il più prossimo al vero.

Non si era scoraggiato per la irregolarità delle pesate, ed aveva risoluto di eseguirle nel vuoto, ma anche in tali condizioni la sostanza gli si mostrava capricciosamente più leggiera o più pesante ora pel freddo ora pel caldo; e, perseguito la irregolarità con tenacia ostinata, giunse attraverso numerosi ed ingegnosissimi esperimenti ad accettare un fenomeno sorprendente che egli chiamò « repulsione dovuta a radiazione » e che illustrò inventando il radiometro.

Questo mulinello, che per effetto di un lume qualsiasi gira in seno ad un gas rarefatto entro un palloncino, fu oggetto di un numero stragrande di ricerche e fu prezioso strumento di studio per fenomeni svariati. Si riconobbe però che il fenomeno stesso del suo moto non consiste in un'azione immediata delle radiazioni, ma richiede l'intervento del gas residuo nel modo che i sommi maestri della teoria dinamica degli aeriformi chiarirono, aggiungendo a quella teoria, merce la scoperta di Crookes, un interessante capitolo, non ancora chiuso, concernente le pressioni che nei gas rarefatti sono destate da diversità di temperature.

Crookes, arrivato così in presenza della teoria dinamica degli aeriformi, non mancò di portarvi il contributo delle sue esperienze originali, e dimostrò che l'apparente attrazione suscitata dal riscaldamento si manifesta via via più debole col decrescere della densità fino ad un millesimo di quella ordinaria, per poi mutarsi in repulsione che raggiunge un massimo e successivamente tende a zero con le rarefazioni estreme.

Verificò pure, mediante un nuovo metodo sperimentale, che l'attrito dei gas rimane costante nella rarefazione, e determinò come questa deduzione teorica di Maxwell, contraria ad ogni attesa, non valga fino agli estremi limiti, conforme al presagio dello stesso Maxwell.

Giunto in possesso del materiale atto a spingere avanti il vuoto quanto era possibile, famigliarizzatosi con la relativa tecnica, Crookes fu tratto naturalmente a sperimentare sul passaggio della elettricità nei gas rarefatti, soggetto affascinante che, alacremente studiato in Germania, presentava i più brillanti aspetti di una complessità quanto mai intralcidata. Ai tubi per le scariche egli diede subito nuove forme che presero il suo nome, e fra gli altri costruì quel tubo che doveva essere la causa occasionale della stupefacente scoperta di Roentgen e che ora, opportunamente modificato, va per le mani di tutti in servizio della radioscopia.

Ma, quel che più monta per la scienza pura, egli seppe scegliere nel farraginoso groviglio i fenomeni di regolare andamento e seppe disporli nell'ordine determinato dai raggi catodici, a formare quella dottrina che fu resa universalmente nota dalla sua magistrale conferenza sulla « materia raggiante » tenuta al convegno dell'Associazione Britannica nel 1879. Ed io-

ricordo sempre il grande diletto che ho provato leggendola per la compilazione del mio trattatello.

Tutte le importanti proprietà dei raggi catodici, o della materia raggiante se si vuole ancor dire come Crookes, vi sono esposte e dimostrate con elegantissimi esperimenti che per la maggior parte si ripetono d'anno in anno da ogni università del mondo: la propagazione rettilinea normalmente all'elettrodo negativo qualunque sia la posizione dell'elettrodo positivo, l'ombra proiettata di un oggetto che li intercetti, l'azione meccanica esercitata ed il calore svolto sui corpi colpiti dalla materia raggiante, le deviazioni prodotte avvicinando un magnete, il notevole potere che hanno tali raggi di eccitare luci variamente colorate.

A spiegare questi fatti Crookes avanzò l'ipotesi che i raggi catodici, la così detta materia raggiante, siano correnti di materia ultragassosa, cioè corpuscoli con carica negativa scagliati a grande velocità dal catodo. E la intrinseca verità di tale ipotesi, dopo un ventennio di animate polemiche, fu riconosciuta da tutti i fisici.

Crookes dedicò molto tempo e molta pena allo studio spettroscopico della fosforescenza suscitata nei vari corpi dai raggi catodici, e trovò che per lo più si tratta di luci a spettro continuo; ma che certe sostanze appartenenti in ispecie al gruppo delle terre rare danno spettri discontinui, i quali guidarono Crookes a notevoli risultati chimici. Io non m'impegno a riferirli, ed accenno solo ad una nuova terra che fu rivelata a Crookes da un forte gruppo di righe nell'ultravioletto, e che Crookes separò dall'ittria, dando il nome di *Vittorio* al nuovo elemento ond'è composta.

Menzionerò pure che egli separò, per via chimica, dall'uranio il suo prodotto di trasformazione spontanea chiamato uranio X, che fu il primo rampollo riconosciuto d'una grande famiglia delle sostanze radioattive, la quale ci mostrò in atto la evoluzione della materia.

In fine menzionerò la scoperta fatta da Crookes che i raggi alfa del radio producono delle piccolissime faville colpendo il solfuro di zinco cristallino; il qual fenomeno fu divulgato per mezzo dello spintaroscopio, e fu precursore delle esatte osservazioni di Rutherford che comprovarono la costituzione granulare della materia e condussero perfino a contare gli atomi chimici, poichè oggi teniamo per dimostrato che i raggi alfa del radio consistono in proiezioni di atomi d'elio mancanti di due elettroni, come si chiamano ora i corpuscoli della materia raggiante, che Crookes considerò quale un quarto stato d'aggregazione nè solido, nè liquido, nè aeriforme.

Crookes, solo fra i fisici contemporanei, riconobbe l'importanza capitale dei raggi catodici e presagi quanto essi avrebbero contribuito al progresso della scienza fisica, cui noi assistiamo ammirando lo splendido svolgimento della teoria elettronica; così che mi permetto di tradurvi il suo pensiero con le sue proprie frasi:

« Studiando questo quarto stato della materia, ci sembra di avere finalmente a nostra disposizione e sotto il nostro controllo le ultime particelle che, con buon diritto, consideriamo costituire la base fisica dell'universo. Abbiamo veduto che per certe proprietà la materia raggiante ha consistenza reale come questa tavola, mentre per altre proprietà essa assume quasi il carattere di energia raggiante. Abbiamo positivamente toccato la zona grigia ove pare che materia e forza si fondano insieme, l'oscuro reame fra il noto e l'ignoto che ha ognora esercitato su di me una singolare seduzione. M'arrischio a pensare che i massimi problemi del futuro troveranno la loro soluzione in questa zona grigia e persino più oltre; qui, a parer mio, giacciono le ultime realtà, sottili, significative, mirifiche ».

Bisogna convenire dunque che lo spirito di Crookes ha veduto giusto nella parte dell'universo invisibile che siamo giunti a scandagliare sperimentalmente; ma d'altro lato bisogna confessare, egregi Colleghi, che l'Accademia dei Lincei è stata troppo severa verso di lui che ha ceduto alla seduzione avventurandosi oltre il confine di quel tale reame, là dove il cuore s'insinua a collaborare col cervello; mentre qui, dove il pensiero ha da agire in assoluta indipendenza dal sentimento, si sono avuti molti scrupoli prima di accoglierlo.

Crookes, nato nel 1832, aveva da lungo tempo occupati i più alti uffici nelle istituzioni scientifiche della sua grande nazione, era già carico di premi e di onori, aveva fama mondiale; eppure non fu eletto Linceo che il 17 settembre 1908, cioè dopo raggiunto il nostro limite cattedratico di età.

Ma chi fra noi può dire con piena sicurezza che il suo spirito profetico non aleggi entro queste mura?

Per tale dubbio, vi prego, cari Colleghi, d'indulgere se faccio l'augurio che nel corso dei secoli futuri la nostra Accademia, sapientemente evoluta, si aduni un dì in questa sua fastosa sede, allora con munificente praticità rinnovellata, e che sorga un socio nazionale della categoria di scienze telepatiche, il quale asserisca o neghi con perfetta evidenza essere stato veramente impossibile nell'ora presente all'alto spirito di Sir William Crookes di conferire con i sublimi genî dell'umanità e forse anche d'incontrarsi nell'immensità dello spazio con qualche ciurmatore famoso.

Il Presidente Röiti dà comunicazione di una lettera del Socio straniero WASHINGTON che ringrazia per la sua elezione e si scusa di non aver potuto intervenire alla seduta. Il Presidente aggiunge che hanno inoltre ringraziato l'Accademia per la loro recente elezione, i Soci nazionali: ALMANSI, CORBINO, ISSEL, PASCAL, SILVESTRI; i Corrispondenti: DAL PIAZ, FANO GINO, PELLIZZARI; e i Soci stranieri: MARCHAL, MASSART e SHAW.

### PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando, fra queste, le seguenti del Socio PINCHERLE: *Commemorazione di Ulissi Dini* — *Sulle catene di radicali quadratici* — *Appunti su alcuni problemi di iterazione*. Lo stesso Segretario fa anche particolare menzione del volume intitolato: *Les progrès de la physique moléculaire*, il quale comprende una serie di conferenze fatte alla Società francese di fisica nel 1913-1914.

E. M.

---

### OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA presentate nella seduta del 4 maggio 1919.

CURIE P. — *Le progres de la physique moléculaire (Conférences faites en 1913-1914)*. Paris, 1914. 8°, pp. 1-242.

LEONE S. — La lotta contro il tracoma e la profilassi visiva nella provincia di Siracusa: XIV relazione. Siracusa, 1919. 4°, pp. 1-28.

PINCHERLE S. — Appunti su alcuni problemi d'iterazione (Estr. dal « Rendiconto delle sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna », 1917, pp. 1-16). Bologna, 1917. 8°.

PINCHERLE S. — *Commemoraz. di Ulisse Dini* (Estr. dal Bollettino « Mathesis », anno 1918, pp. 82-86). Pavia, 1918. 8°.

PINCHERLE S. — *Sulle catene di radicali quadratici* (Estr. dal « Rendiconto delle sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna », 1918, pp. 1-28). Bologna, 1918. 8°.  
Saggi gleucometrici sui mosti italiani della vendemmia 1918 (Ministero di Agricoltura). Roma, 1919. 8°. pp. 1-28.

---

